

問1 図1に示すように、半径  $a$ [m]の直線導体に、電流  $I$ [A]が均等に分布して流れている。中心から  $a/2$ [m]と  $2a$ [m]の点の磁界の強さ  $H_1, H_2$ をそれぞれ求めよ。ただし、導体の比透磁率は1とする。

導体外の場合：導体中心から距離  $2a$ [m]の点の磁界の強さ  $H_2$ は、アンペアの周回積分の法則を用いて

$$\oint H_2 dl = H_2 \int_0^{2\pi(2a)} dl = 4\pi a H_2 = I$$

$$\text{ゆえに } H_2 = \frac{I}{4\pi a} [A/m]$$

(インテグラルに  $\circ$ は微小な長さ  $\Delta l$ を円周にそって1回積分する記号)

導体内の場合：電流は断面積に比例するため、半径  $a/2$ [m]の導体面積  $S_1$ に流れる電流を  $I_{S1}$ とすると

$$\frac{I_{S1}}{I} = \frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{(a/2)^2 \pi}{a^2 \pi} = \frac{1}{4}$$

導体中心から距離  $a/2$ [m]の点の磁界の強さ  $H_1$ は、アンペアの周回積分の法則を用いて

$$\oint H_1 dl = H_1 \int_0^{2\pi(a/2)} dl = a\pi H_1 = I_{S1} = \frac{I}{4}$$

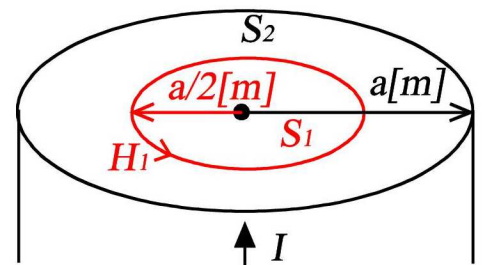
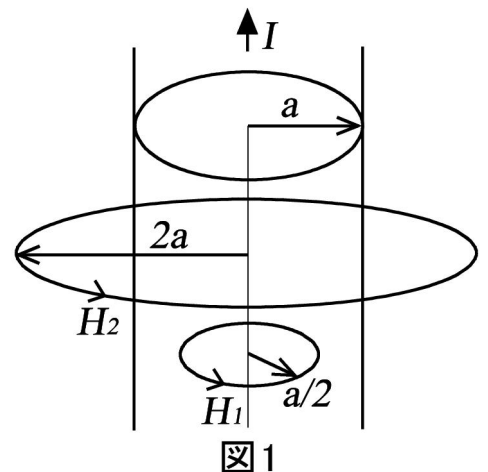
$$\text{ゆえに } H_1 = \frac{I}{4\pi a} [A/m]$$

$H_1$ と  $H_2$ は上記条件では、同じになる。(同じになる条件をあえて選んだ問題ですよ)

一口メモ：アンペアの周回積分の法則が利用できるのは「導体内外の磁界」「無端ソレノイド内の磁界」「無限長の直線電流による磁界」です。

ビオ・サバルの法則が利用できるのは「有限長の直線電流による磁界」「円形電流による磁界」「無限長の直線電流による磁界」です。

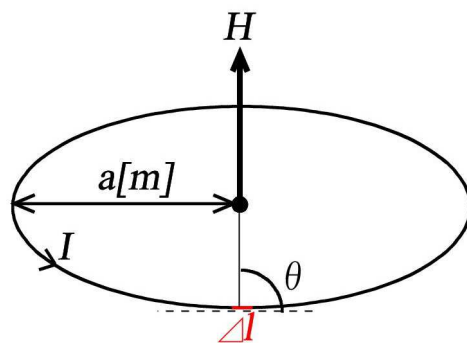
よって、両方とも利用できるのは「無限長の直線電流による磁界」です。



問2 電流  $I$  [A]の流れている、半径  $a$ [m]、巻数  $N$  の円形導体の中心点における磁束密度  $B$ [T]を求めよ。ただし、 $\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{H}$  とする。

導線上の微小な長さ  $\Delta l$  より任意の点  $P$  までの距離  $r$ [m]、 $\Delta l$  の導線に引いた電流方向に向かう接線と  $P$  点との角を  $\theta$  とする場合、 $\Delta l$ [m]部分の電流  $I$ [A]によって  $P$  点に生じる磁界の強さは次式で表され、ビオ・サバールの法則という。

$$\Delta H = \frac{I\Delta l \sin \theta}{4\pi r^2} [A/m]$$



図に示したような半径  $a$ [m]の円形導体に電流  $I$ [A]が流れているとき、円形導体の中心点に生じる磁界の強さ  $\Delta H$  は  $r=a$ [m]、 $\theta=90$  度を代入すると

$$\Delta H = \frac{I\Delta l}{4\pi a^2} [A/m]$$

となる。円形導体の全円周に流れる電流による磁界の強さ  $H$  は

$$H = \oint \Delta H dl = \frac{I}{4\pi a^2} \int_0^{2\pi a} dl = \frac{I}{4\pi a^2} [l]_0^{2\pi a} = \frac{I}{2a} [A/m]$$

円形導体が  $N$  回巻きの場合は、磁界の強さ  $H$  も  $N$  倍となるため

$$H = \frac{NI}{2a} [A/m]$$

となる。 $\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{H}$  であるので、磁束密度  $B$ [T]は

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2a} [T]$$

となる。

問3 図のように、互いに 20cm の距離で、正三角形の位置に置かれた 3 本の平行導線に、それぞれ 10A の直流電流を同一方向に流したとき、各導線の単位長に働く力の大きさ[N/m]を求めよ。

フレミングの左手の法則より、力の向きは右図より求められる。左手の法則を覚えるときは、アメリカ連邦捜査局 (FBI) と覚えておくと忘れにくい。ローレンツ力  $F$  の式は

$$F = B \cdot qv = B \cdot Il [N]$$

で表され、電荷  $q[C]$  がある速度  $v[m/s]$  で動く大きさと、電流  $I[A]$  がある長さ  $l[m]$  に流れる大きさに等しい。

$I_1$  が  $I_2$  上でつくる磁束密度  $B_1[T]$  は真空の透磁率を  $\mu_0$  とすると

$$\oint B_1 dl = B_1 \int_0^{2\pi r} dl = 2\pi r B_1 = \mu_0 I_1 \quad \text{より} \quad B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$I_2 \text{ の長さ } l[m] \text{ の部分が受ける力の大きさ } F[N] \text{ は } F = B_1 \cdot I_2 \cdot l = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l [N]$$

題意は「単位長当たりの  $F$  を求めよ」なので、 $l[m]$  を  $1[m]$  として大きさを求めると

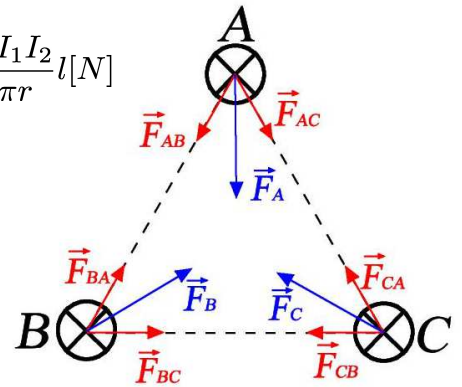
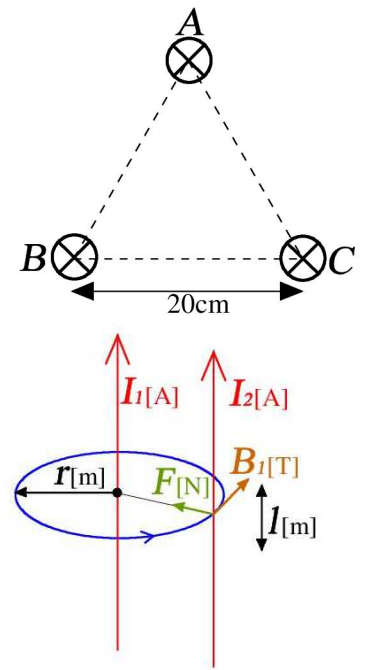
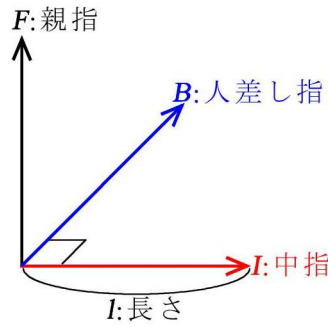
$$F = |\vec{F}_{BC}| = |\vec{F}_{BA}| = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l [N] = \frac{4\pi \times 10^{-4} \times 10 \times 10}{2\pi \times 0.2} \times 1 = 10^{-4} [N/m]$$

となる。  $|\vec{F}_A| = |\vec{F}_C| = |\vec{F}_B|$  より

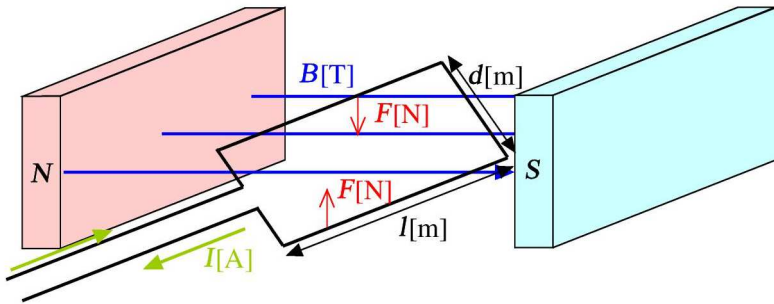
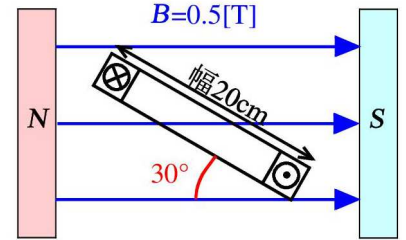
複素ベクトルを用いて  $B$  点基準に表現すると

$$\vec{F}_B = \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{BA} = 10^{-4} + 10^{-4} \left( \cos \frac{\pi}{3} + j \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{3}{2} 10^{-4} + j \frac{\sqrt{3}}{2} 10^{-4} [N/m]$$

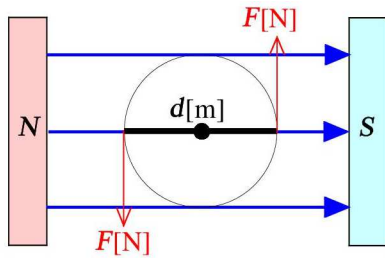
$$|\vec{F}_B| = 10^{-4} \sqrt{\frac{9+3}{4}} = 10^{-4} \sqrt{3} = 1.73 \times 10^{-4} [N/m]$$



問4 長さ 30cm、幅 20cm、巻数 10 で 4A の電流が流れている長方形コイルが、図のように磁束密度 0.5T の平等磁界内に、その方向と 30° 傾けて置いてある。このときコイルに働くトルク  $T[N \cdot m]$  を求めよ。



上図のように、1 本当りのコイルで最初は考える。



まずコイルが  $0^\circ$  の傾きの場合について考える。トルク  $T[N \cdot S]$  は回転力であるので、回転軸から(ここでは  $d/2[m]$  の中心点)から、力  $F[N]$  の加わる点(磁束密度  $B$  と直角に交差する  $l[m]$  の導線)の積より求まるので、

$$T = \frac{1}{2}d \cdot F + \frac{1}{2}d \cdot F = d \cdot F [N \cdot m]$$

ローレンツ力  $F$  の式は

$$F = B \cdot qv = B \cdot Il [N] \text{ より、これをトルクの式に代入すると}$$

$$T = B \cdot (b \cdot d) \cdot I [N \cdot m]$$

長方形コイルの面積を  $S = b \cdot d [m^2]$  とし、コイルの巻数を  $N$  とすると

$$T = N \cdot B \cdot S \cdot I \cdot \cos \theta [N \cdot m]$$

コイルが磁束密度  $B$  に対して  $\theta$  の傾きを持つと、コイルは回転運動をするため回転方向の力  $F' [N]$  は

$$F' = F \cdot \cos \theta [N]$$

となる。

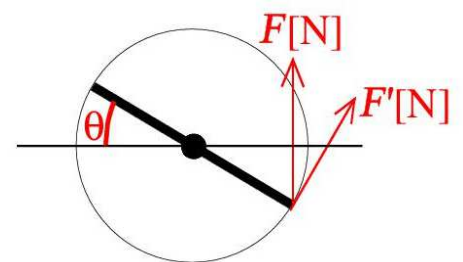
従って、コイルの回転によって変化するトルクを表す式は

$$T = N \cdot B \cdot S \cdot I \cdot \cos \theta [N \cdot m]$$

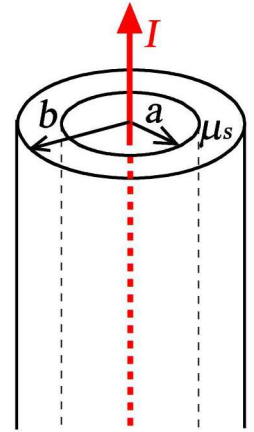
となる。この式に題意の数値を入れて計算すると

$$T = 10 \times 0.5 \times 0.3 \times 0.2 \times 4 \times \cos \frac{\pi}{6} = 1.04 [N \cdot m]$$

ちなみに、 $\theta = 90^\circ$  のときは、式を見れば分かるようにトルクは発生しません。



問5 図に示すように、内半径  $a$ [m]、外半径  $b$ [m]の中空円筒磁性体があり、中心に線電流  $I$ [A]が流れているとき、円筒内の中心から  $r$ [m]の距離における  $B_1(r < a)$ 、 $B_2(a < r < b)$ 、 $B_3(r > b)$ の磁束密度[T]を求めよ。磁性体の比透磁率は $\mu_s$ で一定とする。



磁性体中の磁束密度  $B$ [T]と磁界の強さ  $H$ [A/m]との関係は

$$B = \mu_0(1 + \chi)H = \mu_0\mu_s H = \mu H$$

となる。比例定数 $\chi$ (カイ)を磁化率という。磁化率は磁石になりやすいかどうかの値で、強磁性体の鉄は 5000 程度で、外部から磁界を与える（磁石を近づける）と鉄中の磁区が磁化されて磁石になり、鉄にくっつく。磁化率が大きい物質は磁石にくっつくといえる。銅(10 円玉)の磁化率 $\chi$ は $-0.94 \times 10^{-5}$ で反磁性体と呼ばれ、アルミ(1 円玉)の磁化率 $\chi$ は $2.14 \times 10^{-4}$ で常磁性体と呼ばれ、いずれも磁石にくっつかない。真空の磁化率 $\chi$ は 0 であり、空気の磁化率 $\chi$ は $3.65 \times 10^{-7}$ である。上式の $\mu$ を透磁率、 $\mu_s$ を比透磁率といい、真空での比透磁率 $\mu_s$ は 1 となる(真空の磁化率 $\chi$ は 0)。空気の磁化率 $\chi$ は 1 に対して非常に小さいため、空気中では比透磁率 $\mu_s$ は 1 としてよい。

$B_1(r < a)$ 、 $B_3(r > b)$ は空気中の磁束密度であるので、 $\mu = \mu_0$

$$\oint B dl = B \int_0^{2\pi r} dl = 2\pi r B = \mu_0 I \quad \text{より} \quad B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$B_2(a < r < b)$ は比透磁率が $\mu_s$ 一定の磁性体内であるので、 $\mu = \mu_0\mu_s$

$$B_2 = \frac{\mu_0\mu_s I}{2\pi r}$$

問6 比透磁率 1000、断面積  $8[\text{cm}^2]$ の鉄心の磁界の強さが  $200[\text{A/m}]$ であるとき、鉄心中の全磁束  $\phi[\text{Wb}]$ を求めよ。ただし、真空の透磁率 $\mu_0$ は  $4\pi \times 10^{-7}[\text{H/m}]$ とする。

磁束密度  $B[\text{T}]$ は単位面積あたりの磁束数でもあるので、その単位は $[\text{Wb/m}^2]$ と示される場合がある。この定義より、ある面積  $S[\text{m}^2]$ に磁束密度  $B[\text{Wb/m}^2]$ が垂直に貫いている場合、磁束  $\phi[\text{Wb}]$ は

$$\phi = BS$$

となる。磁束密度  $B[\text{T}]$ と磁界の強さ  $H[\text{A/m}]$ の関係より

$$\phi = BS = \mu_0\mu_s H \times S$$

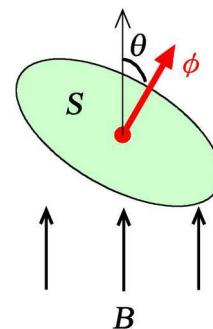
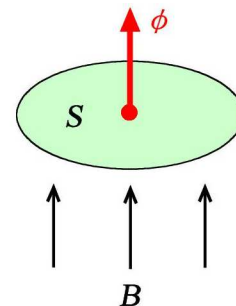
であるので、

$$\phi = 4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 200 \times 8 \times (0.01)^2 = 64\pi \times 10^{-6}[\text{Wb}]$$

なお、面積  $S$  が磁束密度  $B$  に対し  $\theta$  の傾きを持ったとき右図のようになり、このときの磁束  $\phi[\text{Wb}]$ は

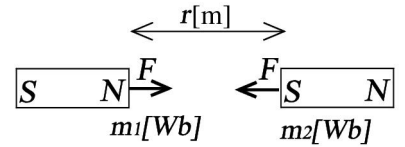
$$\phi = BS \cdot \cos \theta$$

と表されることもある。



問7 磁極間の長さ 20[cm]の棒磁石を、平等磁界 50[A/m]の中に、磁界の方向と 60度傾けておいたとき、棒磁石に働くトルクが 17.3[N・m]とすれば、磁極の強さ  $m$ [Wb]はいくつか。

磁極の強さ  $m_1$ [Wb]、 $m_2$ [Wb]の点磁極を  $r$ [m]離して置いた場合、点磁極間には空間の比透磁率を  $\mu_s$  とすると



$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0\mu_s} \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} [N]$$

の大きさの力が働く。 $m_1, m_2$ が同極性のときは反発し、異極性のときは吸引しあう方向の力が働く。これを磁気に関するクーロンの法則と呼んでいる。

$m_1$ がつくる磁界の強さを  $H_1$  とする。 $m_2$ の置いてある点に +1[Wb]の磁極を置いたとき、+1[Wb]に働く力のことを磁界の強さ  $H_1$  と考えると

$$H_1 = \frac{1}{4\pi\mu_0\mu_s} \cdot \frac{m_1}{r^2} [N/Wb], [A/m]$$

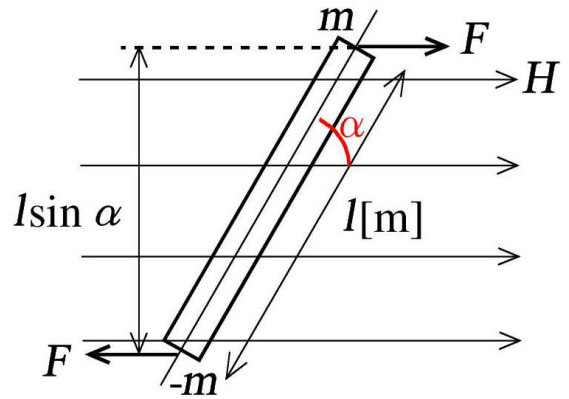
となり、

$$F = m_2 H_1 [N]$$

が成り立つ。

右図より、磁極に働く力  $F$  は

$$F = mH = 50m [N]$$



磁気モーメント

棒磁石に働く力の起点が異なるため、偶力（作用線が平行で、互いに大きさが等しく、方向が反対向きの2つの力のこと）が働いて棒磁石を回転運動させる。棒磁石の長さを  $l$  とすれば、回転の腕の長さは  $l \sin \alpha$  であるので、トルク  $T$  は

$$T = Fl \sin \alpha = 50m \times 0.2 \times \sin 60^\circ = 5m\sqrt{3} [N]$$

となる。トルク  $T$  は 17.3[N・m]と与えられているので、磁極の強さ  $m$  は

$$m = \frac{17.3}{5\sqrt{3}} = 2 [Wb]$$

となる。

問8 一直線上に 1[Wb],2[Wb],3[Wb]の点磁極を 1m ずつ離して置いたとき、中央の 2[Wb]の点磁極に働く力 F[N]を求めよ。ただし、空間の比透磁率  $\mu_s$  は 1 とする。

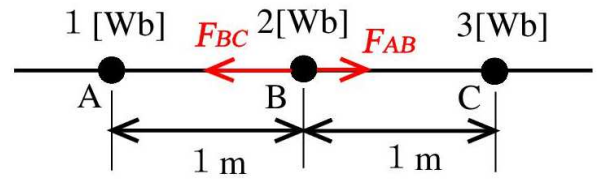
右図のような配置より、2[Wb]の点に働く力 F は  
両方からの力の差が加わるので

$$F = F_{BC} - F_{AC} = \frac{2 \times 3}{4\pi\mu_0\mu_s \times 1^2} - \frac{1 \times 2}{4\pi\mu_0\mu_s \times 1^2}$$

となる。  $\mu_s=1$ 、真空の透磁率  $\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]であるので

$$F = \frac{4 \times 10^7}{16\pi^2} = 2.53 \times 10^5 [N]$$

と求まる。



問9 磁極の強さが 1[Wb]の磁極に 1[N]の磁気力が作用しているとき、その点の磁界の強さ H[A/m]を求めよ。

$$F = mH[N] \text{ より}$$

$$H = \frac{F}{m} = \frac{1}{1} = 1[A/m], [N/Wb]$$

が求まる。